유도 전동기의 동역학 및 제어에 관한 연구
A Study on Dynamics and Control of Induction Motor

김기갑 (기계설계과)
Ki-Kap Kim (Dept. of Mechanical Design)

Keywords: Induction Motor(유도 전동기), VVVF(가변전압 가변주파수 제어), Motor Dynamics(모터 동역학)

Abstract: The Motor Dynamics for 4 pole 3 phase induction motor is formulated and verified. As an application, the frequency distribution is found in order to satisfy the requirement of motor angular motion and its derivatives and load torque which are the output of inverse kinematics and inverse dynamics in mechanical system by using on-line, off-line method. As a result, the frequency distribution of on-line method is unfortunately not available, but off-line method can give the frequency distribution in VVVF control.

1. 서론

일반적으로 유도 전동기는 구조가 간단하고 회전 특성이 안정되어 산업 현장에 크게 이용되고 있다. 회전 속도 제어 방법으로서 PAM(pole amplitude modulation)에 의한 극수 변화법, 주파수 변환법(VVVF: variable voltage variable frequency), DC 전동기와 같은 토크 효율을 얻을 수 있는 벡터 제어(자속 제어) 등이 있으나 본 연구에서는 3 상 농형 유도 전동기에 대해 저비용을 위한 Thyrister 또는 Inverter 방식에 의한 주파수 변환법[1]을 이용한다. 이때 주파수의 결정법으로 현재 기구 시스템을 포함한 유도 전동기의 시스템에서 직접 실험에 의해서 각 회전 각도에 대한 적정 주파수 값을 구하고 있으나 많은 시행 착오 과정이 필요하며 전동기의 시간에 대한 요구 조건이 달라질 때 이 과정을 반복해야 하는 단점이 있다. 그러므로 본 연구에서는 일반적인 3 상 농형 유도 전동기의 사양을 이용하여 먼저 motor dynamics 에 대한 고찰과 유도 전동기에 대한 임의 요구 각속도 및 토크 특성을 만족하는 주파수 값을 정하는 것을 목적으로 한다.

2. 전동기의 구동 특성

2.1 전동기의 전압 방정식

일반적인 3 상 유도 전동기에 대한 전압 방정식[2X3] 은 회전 자계 이론(revolving field theory)과 고정 기준 좌표계(stationary reference frame theory)가 있으며 이중 과도 응답을 구할 수 있는 것은 고정 기준 좌표계이다. 즉, 고정 기준 좌표계 이론은 단상, 2 상 뿐만 아니라 3 상이나 그 이상에서도 적용 가능하고 유도 전동기뿐 만 아니라 동기 전동기(synchronous motor)의 과도 응답을 구할 수 있다. 이제 고정자(stator)와 회전자(rotor) 사이의 에어 갭(air-gap)이 일정하다는 가정과 자기 포화 현상의 무시로 선형성이 보장된다고 가정한다.

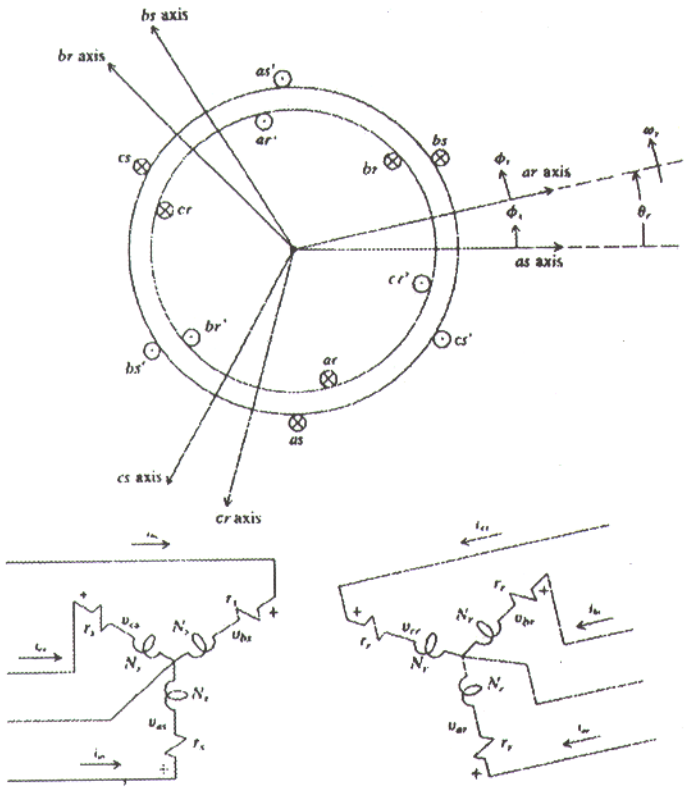


Fig. 1 3 상 유도 전동기의 전압-전류 관계 (참고[2])

Fig. 1 의 경우 하첨자 s는 고정된 stator를 의미하고 하첨자 r 은 회전하는 rotor를 의미한다. 또한 회전각속도는 ω 로 표현되며 λ는 flux linkage (자속쇄교수)이다.

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \mathbf{RI} + \frac{d\lambda}{dt} \\ \lambda &= \mathbf{LI} \\ \mathbf{V} &= \{\mathbf{V_s} \quad \mathbf{V_r}\}^T = \{V_{as} \quad V_{bs} \quad V_{cs} \quad V_{ar} \quad V_{br} \quad V_{cr}\}^T \\ \mathbf{I} &= \{\mathbf{I_s} \quad \mathbf{I_r}\}^T = \{I_{as} \quad I_{bs} \quad I_{cs} \quad I_{ar} \quad I_{br} \quad I_{cr}\}^T \end{aligned} \tag{1}$$

여기서, $\mathbf{V_s}$ 및 $\mathbf{V_r}$ 은 각각 고정자와 회전자에 인가되는 전압이며 $\mathbf{I_s}$ 및 $\mathbf{I_r}$ 는 각각 고정자와 회전자에서의 전류이다. 이들은 서로 120^0 차이의 a, b, c 세 개의 위상을 갖는다. 또한 저항 R과 인덕턴스 L은 다음과 같이 표현된다

$$\begin{aligned} \mathsf{R} &= \mathrm{diag}\{\mathsf{R_s}, \mathsf{R_r}\} = \mathrm{diag}\{R_{as}, R_{bs}, R_{cs}, R_{ar}, R_{br}, R_{cr}\} \\ \mathsf{L} &= \begin{bmatrix} \mathsf{L_{ss}} & \mathsf{L_{sr}} \\ \mathsf{L_{rs}} & \mathsf{L_{rr}} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2}$$

여기서,

$$L_{ss}=\begin{bmatrix} L_{asas} & L_{asbs} & L_{ascs} \\ L_{bsas} & L_{bsbs} & L_{bscs} \\ L_{csas} & L_{csbs} & L_{cscs} \end{bmatrix};\ L_{sr}=\begin{bmatrix} L_{asar} & L_{asbr} & L_{ascr} \\ L_{bsar} & L_{bsbr} & L_{bscr} \\ L_{csar} & L_{csbr} & L_{cscr} \end{bmatrix};\ L_{rr}=\begin{bmatrix} L_{arar} & L_{arbr} & L_{arcr} \\ L_{brar} & L_{brbr} & L_{brcr} \\ L_{crar} & L_{crbr} & L_{crcr} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$L_{rs}=L_{sr}^{T}$$

결국 전압 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} V_s \\ V_r \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} I_s \\ I_r \end{Bmatrix}+\frac{d}{dt}\left(\begin{bmatrix} L_{ss} & L_{sr} \\ L_{rs} & L_{rr} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} I_s \\ I_r \end{Bmatrix}\right) \quad (4)$$

이제 유도 전동기의 특성 파라미터 값들이 대칭적이라고 생각하면 고정자 인덕턴스 $\mathbf{L}_{ss}$ 와 회전자 인덕턴스 $\mathbf{L}_{rr}$, 고정자와 회전자 권선 사이의 상호 인덕턴스 $\mathbf{L}_{sr}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$L_{ss}=\begin{bmatrix} L_{ls}+L_{ms} & -0.5L_{ms} & -0.5L_{ms} \\ -0.5L_{ms} & L_{ls}+L_{ms} & -0.5L_{ms} \\ -0.5L_{ms} & -0.5L_{ms} & L_{ls}+L_{ms} \end{bmatrix};\ L_{rr}=\begin{bmatrix} L_{lr}+L_{mr} & -0.5L_{mr} & -0.5L_{mr} \\ -0.5L_{mr} & L_{lr}+L_{mr} & -0.5L_{mr} \\ -0.5L_{mr} & -0.5L_{mr} & L_{lr}+L_{mr} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$L_{sr}=L_{rs}^{T}=L_{sr}\begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos(\theta_r-120^\circ) & \cos(\theta_r+120^\circ) \\ \cos(\theta_r+120^\circ) & \cos\theta_r & \cos(\theta_r-120^\circ) \\ \cos(\theta_r-120^\circ) & \cos(\theta_r+120^\circ) & \cos\theta_r \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서,

L_{ls}, L_{lr} : 고정자와 회전자의 누설 인덕턴스(Leakage Inductance)

L_{ms}, L_{mr} : 고정자와 회전자의 자화 인덕턴스(Magnetizing Inductance)

L_{sr} : 고정자와 회전자의 상호 인덕턴스(Mutual Inductance)

θ_r : 회전자의 회전각

일반적으로 인덕턴스 값은 유도 리액턴스(inductive reactance)의 값으로 주어지며 다음과 같은 관계가 있다.

$$X_L=L\omega_s\ [\Omega] \quad (7)$$

여기서 L 의 단위는 Henry 이며 $\omega_s=2\pi f_s$ 이다.

그러므로 식(4)의 전압 방정식은 다음과 같은 미분 방정식의 형태가 된다.

$$\begin{bmatrix} L_{ss} & L_{sr} \\ L_{rs} & L_{rr} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \frac{dI_s}{dt} \\ \frac{dI_r}{dt} \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} V_s \\ V_r \end{Bmatrix}-\begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} I_s \\ I_r \end{Bmatrix}-\omega_r\begin{bmatrix} 0 & G_{sr} \\ G_{rs} & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} I_s \\ I_r \end{Bmatrix} \quad (8)$$

여기서,

$$\mathbf{G}_{sr} = \mathbf{G}_{rs}^{T} = -L_{sr}\begin{bmatrix} \sin\theta_r & \sin(\theta_r - 120°) & \sin(\theta_r + 120°) \\ \sin(\theta_r + 120°) & \sin\theta_r & \sin(\theta_r - 120°) \\ \sin(\theta_r - 120°) & \sin(\theta_r + 120°) & \sin\theta_r \end{bmatrix} \tag{9}$$

ω_r : 회전자의 각속도

결국 모터의 전압 방정식은 입력이 V와 f_s이고 계수가 회전자의 회전각도와 각속도의 함수인 미분 방정식으로 표현된다.

2.2 전동기의 구동 토크 계산식

이제 전동기의 구동 토크를 계산하기 위하여 회전자의 변수를 권선수를 고려하여 고정자의 좌표계에 대해 표현한다. Ns를 고정자의 권선수, Nr을 회전자의 권선수, 그리고 상첨자 ' 는 고정자 좌표계에 대해 표현된 회전자 변수라고 하면

$Ir' = \frac{Nr}{Ns} Ir$ 이 되고 단위 시간당 에너지는 같으므로 $Vr'Ir' = VrIr$ 이다.

$$Vr' = \frac{Ns}{Nr} Vr \quad \lambda r' = \frac{Ns}{Nr} \lambda r \tag{10}$$

또한 자화 인덕턴스와 상호 인덕턴스는 같은 자속 경로를 가지므로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} L_{mr} &= \left(N_r / N_s\right)^2 L_{ms} \\ L_{sr} &= L_{rs} = N_r / N_s \, L_{ms} \end{aligned} \tag{11}$$

이 변환 변수를 식(4)에 대입하면

$$\begin{Bmatrix} V_s \\ V_r' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & (\frac{Ns}{Nr})^2 R_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} I_s \\ I_r' \end{Bmatrix} + \frac{d}{dt}\left(\begin{bmatrix} L_{ss} & (\frac{Ns}{Nr}) L_{sr} \\ (\frac{Ns}{Nr}) L_{rs} & (\frac{Ns}{Nr})^2 L_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} I_s \\ I_r' \end{Bmatrix} \right) \tag{12}$$

그리고 $L_{lr}' = (\frac{Ns}{Nr})^2 L_{lr}$ 라 두면

$$L_{sr}' = L'^{T}_{rs} = L_{ms}\begin{bmatrix} \sin\theta_r & \sin(\theta_r - 120°) & \sin(\theta_r + 120°) \\ \sin(\theta_r + 120°) & \sin\theta_r & \sin(\theta_r - 120°) \\ \sin(\theta_r - 120°) & \sin(\theta_r + 120°) & \sin\theta_r \end{bmatrix} \tag{13}$$

$$L_{rr}' = (\frac{Ns}{Nr})^2 L_{rr} = \begin{bmatrix} L_{lr}' + L_{mr}' & -0.5L_{mr}' & -0.5L_{mr}' \\ -0.5L_{mr}' & L_{lr}' + L_{mr}' & -0.5L_{mr}' \\ -0.5L_{mr}' & -0.5L_{mr}' & L_{lr}' + L_{mr}' \end{bmatrix} \tag{14}$$

여기서, $L'_{mr} = (\frac{Ns}{Nr})^2 L_{mr} = L_{ms}$ (15)

결국 전압 방정식의 계수는 $R_s, R'_r, L_{ls}, L'_{lr}, L_{ms}$ 의 5가지이다. 회전자의 변수를 고정자의 좌표계에 대해 전압 방정식을 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{V_s} \\ \mathbf{V'_r} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R_s} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R'_r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{I_s} \\ \mathbf{I'_r} \end{Bmatrix} + \frac{d}{dt} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{L_{ss}} & \mathbf{L'_{sr}} \\ \mathbf{L'_{rs}} & \mathbf{L'_{rr}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{I_s} \\ \mathbf{I'_r} \end{Bmatrix} \right) \tag{16}$$

인가 전압은 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} V_{as} &= V_T \sin(\omega_s t) \\ V_{bs} &= V_T \sin(\omega_s t + 120^\circ) \\ V_{cs} &= V_T \sin(\omega_s t - 120^\circ) \\ V'_{ar} &= V'_{br} = V'_{cr} = 0 \end{aligned} \tag{17}$$

여기서, $V_T = \sqrt{\frac{2}{3}} V_r$ (V_r : 정격 전압)이다.

이제 자기적으로 선형인 시스템에 저장된 에너지는 다음 식으로 표현된다.

$$W = \frac{1}{2} \mathbf{I_s^T} (\mathbf{L_{ss}} - L_{ls}\mathbf{I}) \mathbf{I_s} + \mathbf{I_s^T} \mathbf{L'_{sr}} \mathbf{I'_r} + \frac{1}{2} \mathbf{I'^T_r} (\mathbf{L_{rr}} - L_{lr}\mathbf{I}) \mathbf{I'_r} \tag{18}$$

여기서 $\mathbf{I}$는 3×3항등 행렬이다. θ_{rm}을 로터의 실제 기계적 회전 각도라 두면 $\delta W = -T_e \delta\theta_{rm}$와 $\theta_{rm} = \frac{2}{P}\theta_r$의 관계식을 이용하여 다음과 같이 토크를 구할 수 있다.

$$T_e = -\frac{P}{2} \frac{\partial W}{\partial \theta_r} = -\frac{P}{2} \mathbf{I_s^T} \frac{\partial \mathbf{L'_{sr}}}{\partial \theta_r} \mathbf{I'_r} \tag{19}$$

여기서 P는 극 수를 의미하며 모터에 의한 구동 토크는 다음과 같다.

$$T_e = -\frac{P}{2} L_{ms} \begin{Bmatrix} I_{as} \\ I_{bs} \\ I_{cs} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} S & S_- & S_+ \\ S_+ & S & S_- \\ S_- & S_+ & S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} I'_{ar} \\ I'_{br} \\ I'_{cr} \end{Bmatrix} \tag{20}$$

여기서,

$$\begin{aligned} S &= \sin(\theta_r) \\ S_+ &= \sin(\theta_r + 120^\circ) \\ S_- &= \sin(\theta_r - 120^\circ) \end{aligned} \tag{21}$$

모터에 의해 발생되는 구동 토크는 모터 풀리에 의해 걸리는 부하 토크와 함께 다음과 같은

동역학적 관계를 가진다.

$$T_e - T_L = \frac{2}{P} J_r \ddot{\theta}_r \tag{22}$$

여기서 J_r는 회전자의 회전축 방향으로의 관성 모멘트를 의미하며 T_L은 모터 풀리에 걸리는 부하 토크를 의미한다.

3 모터 동역학에 대한 수치 계산

본 연구에서는 2 장의 3 상 유도 전동기의 전압 방정식을 이용하여 모터의 동역학 해석 프로그램을 구성하였다. 이때 미분 방정식의 해법으로 다음과 같은 Runge-Kutta-Gill algorithm 을 이용하였다.

$\frac{dy}{dt} = f(x,y)$ 일 때

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}[K_1 + 2(1-\frac{1}{\sqrt{2}})K_2 + 2(1+\frac{1}{\sqrt{2}})K_3 + K_4] \quad ,h = \Delta t \tag{23}$$

여기서,

$$\begin{aligned} K_1 &= f(x_i, y_i) \\ K_2 &= f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}K_1) \\ K_3 &= f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + [-\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}]hK_1 + [1 - \frac{1}{\sqrt{2}}]hK_2) \\ K_4 &= f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + [-\frac{1}{\sqrt{2}}]hK_2 + [1 + \frac{1}{\sqrt{2}}]hK_3) \end{aligned} \tag{24}$$

또한 $y^T = \{I_{as}, I_{bs}, I_{cs}, I'_{ar}, I'_{br}, I'_{cr}, \theta, \omega\}$ 이다.

3.1 무부하 가속 특성

먼저 본 연구의 프로그램의 정확도를 검정하기 위해 3hp 모터와 500hp 모터에 대한 해석 결과[2]를 비교하여 그 결과가 일치함을 알 수 있다. 여기서 무 부하 가속 특성으로 T_L=0 이며 약 0.5 초 만에 정격에 도달됨을 알 수 있다.

Table 1 4 극 60Hz 의 유도 전동기의 사양 (참고[1])

정격 마력, 전압, 회전수			T_B	I_B	Rs	Xls	Xm	X'lr	R'r	J
hp	V	RPM	N.m	A	Ohm	Ohm	Ohm	Ohm	Ohm	$Kg_m.m^2$
3	200	1710	11.9	5.8	0.435	0.754	26.13	0.754	0.816	0.089
500	2300	1773	1980	93.6	0.262	1.206	54.02	1.206	0.187	11.06

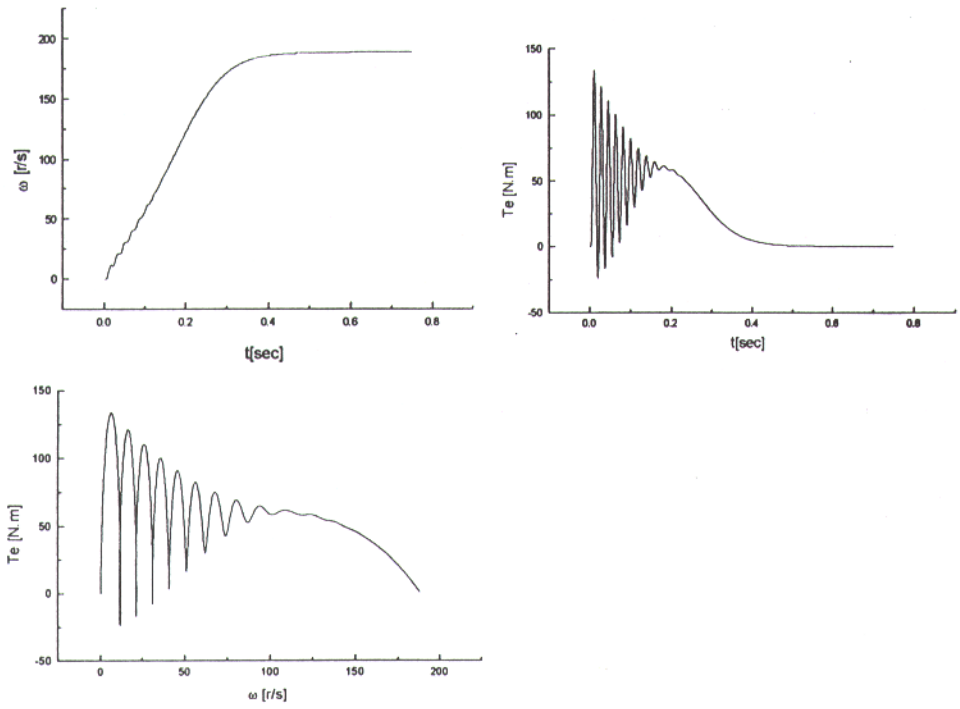


Fig.2 Krause 3hp 모타의 동역학적 결과

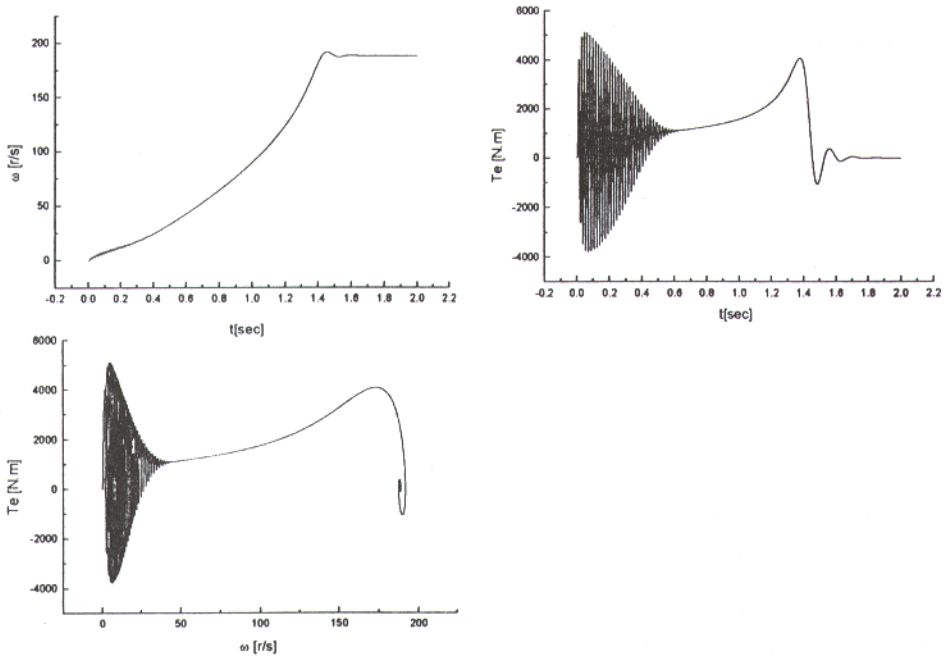


Fig. 3 Krause 500hp 모터의 동역학적 결과

3.2 유도 전동기의 매개 변수 결정

유도 전동기의 전압 방정식에서 사용되는 5 개 매개변수 즉 Rs, R's, Xls, X'ls, Xm 의 결정은 용이하지않으며 저항의 경우 측정으로 가능하나 리액턴스는 사용 조건에 따라 상수가 아닌 변수가 될 수 있다. 간단한 자기결합 회로의 경우 2 차측을 open 및 short 시켜 그 때의 1 차측 전압,전류 그리고 일률의 측정으로 근사적으로 구할 수는 있다. 참고문헌[2][4]에서는 no-load test 와 locked-rotor test 결과를 이용한 원선도법을 통하여 윗 매개변수를 결정하는 방법을 제시하고 있다. 본 연구에서는 다음 Table 2 의 모터 사양서의 값을 일정한 매개 변수로 이용한다. 여기서 Fig. 5 에서 처럼 대상 모터의 T-ω 곡선에 대한 실험치와 계산치가 크게 어긋나지 않으므로 매개 변수는 타당하다고 본다.

Table 2 대상 모터의 사양 및 전압방정식의 매개 변수

매개변수	기호	값	단위
1. 출력	H	50	W
2. 주파수	f	20	Hz
3. 극수	P	4	극
4. 전압	V	80	V
5. 전류	I	0.95	A
6. 정격 회전수	Nr	530	RPM
7. 정격 토크	Tr	0.88	N.m
8. 최대 토크	Tm	1.76	N.m
9. 로타의 관성	J	9.283 x 10-3	$Kg_m.m^2$
1. 고정자 저항	Rs	11.246	Ω
2. 환산 회전자 저항	R's	7.374	Ω
3. 고정자 리액턴스	Xls	2.78	Ω
4. 환산 회전자 리액턴스	X'ls	3.68	Ω
5. 상호 리액턴스	Xm	55.514	Ω

3-3 요구 회전각도 및 부하 토크의 결정

일반적으로 정확한 회전각도 및 토크를 얻기 위해서는 직류 전동기를 이용하나 기계시스템의 효율 및 이용성의 문제로 교류 전동기를 이용한다. 모터가 포함된 기계 시스템의 임의 작업을 하기 위해서는 모터의 회전 각도 및 토크 조건이 필요하다. 즉 역 기구학 해석으로 회전 각도 및 그 미분치를, 역 동역학 해석으로 모터 토크를 결정할 수 있다. 본 연구에서는 그 결과만을 다음 Fig.4 에 표현한다. 시간이 2.465 sec 로 한 작업이 완료되며 실제 모터의 제어 과정에서는 임의 회전 각도에 대한 각속도를 구하게 되므로 $\omega(\theta)$ 의 표현을 함께 나타내었다.

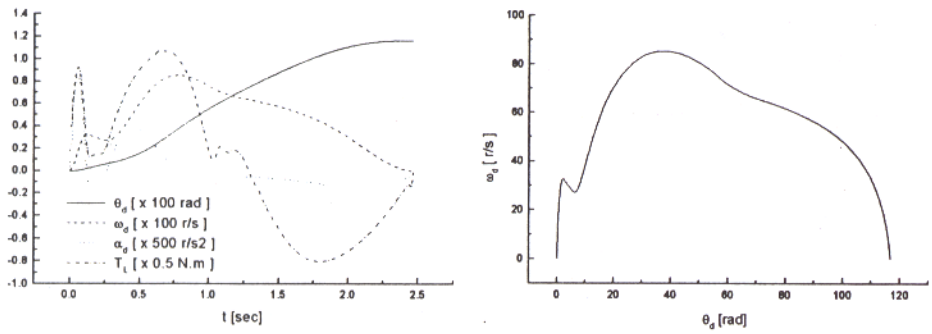
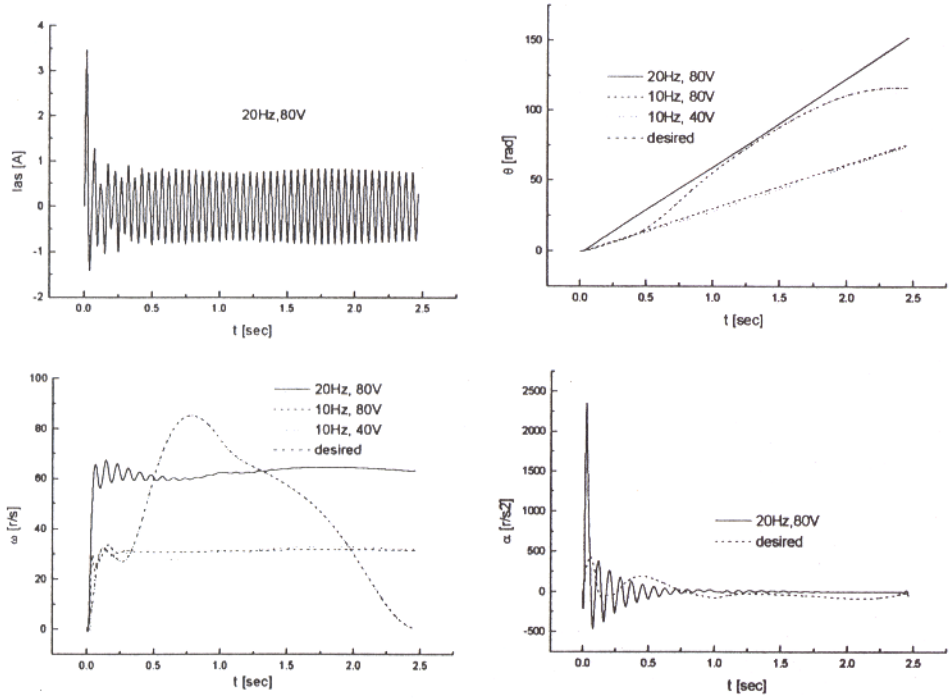


Fig. 4 요구 모터의 회전 조건 및 요구 토크

3.4 일정 주파수에 대한 모터 특성 계산

이제 모터의 입력 주파수를 각각 20Hz, 15Hz, 10Hz 및 정격 전압을 80V, 40V로 일정한 경우에 대해 모터의 과도 응답 특성을 계산한다. 먼저 전류의 경우 약 ±1A의 범위로 크게 진동하는 파형을 보이고 있고 회전 각도의 경우 20Hz, 80V 경우 요구 회전 각도 분포보다 항상 크게 나타난다. 그리고 10Hz의 경우 정격 전압에 관계없이 요구값보다 처짐을 알 수 있다. 각속도 및 각가속도도 초기에는 진동이 심하다가 약 0.8초 이후 안정됨을 보이고 있다.



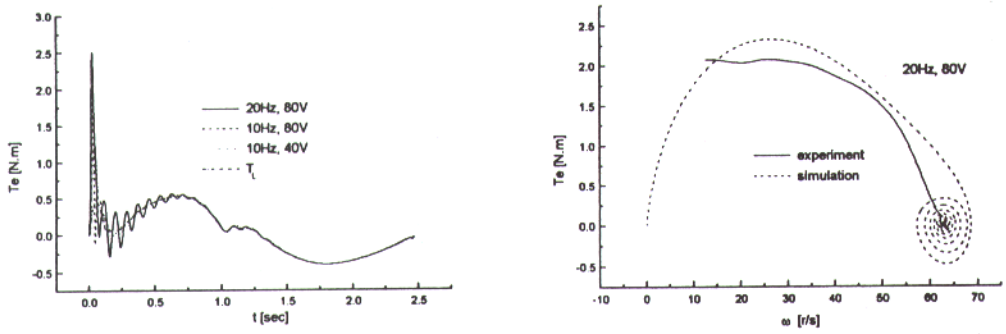


Fig. 5 일정 주파수에 대한 모터 회전 특성

그리고 토크의 경우 약 0.8 초부터 부하토크를 추종하게된다. 즉 일정한 주파수 및 정격 전압의 경우 이 순간부터는 정격회전으로 일정한 각속도가 되며 각가속도는 0 이 된다. 결국 토크는 부하토크와 일치하게 된다. Fig. 5 에 모터토크와 각속도 관계를 표현 하였다. 즉 정격영역에서는 Te = 0 N.m, $\omega = 2\omega_s / P$ 즉 62.83 r/s 가 됨을 보이고 있다.

4. VVVF 제어를 위한 주파수 결정법

임의의 모터 요구 각도 분포 및 부하토크를 만족할 수 있는 f (t) 또는 f (θ) 분포를 구하는 방법으로 다음 두가지 방법을 고려한다. 이때 정격 전압은 식(25)과 같이 주파수에 비례하도록 하였다.

$$Vr = 4\,f \tag{25}$$

4.1 on-line 주파수 결정법

먼저 on-line 주파수 결정법은 실시간으로 모터를 구동할 수 있는 장점이 있는 반면 미분 방정식이 비선형성으로 인하여 그 해를 찾기가 어렵다. 전압 방정식의 미분 방정식중에서 각가속도는 다음 식으로 표현된다.

$$\alpha = \frac{1}{J}(T_e - T_L) \tag{26}$$

여기서 $T_e = -\frac{P}{2}\frac{X_{ms}}{2\pi f}\tilde{Y}$, $\tilde{Y} = \begin{Bmatrix} I_{as} \\ I_{bs} \\ I_{cs} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} S & S_- & S_+ \\ S_+ & S & S_- \\ S_- & S_+ & S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} I'_{ar} \\ I'_{br} \\ I'_{cr} \end{Bmatrix}$ (27)

그러므로 주파수값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$f = -\frac{P X_{ms} \tilde{Y}}{4\pi(J\alpha + T_L)} \tag{28}$$

여기서는 초기 순간부터 전류의 증가없이 주파수를 구한 결과로 그 결과의 주파수는 아주 낮은 수치값이며 몇 군데에서의 Peak 로 이용 곤란하나 요구 각도, 각속도 및 가속도는 정확히 일치하고 있다.

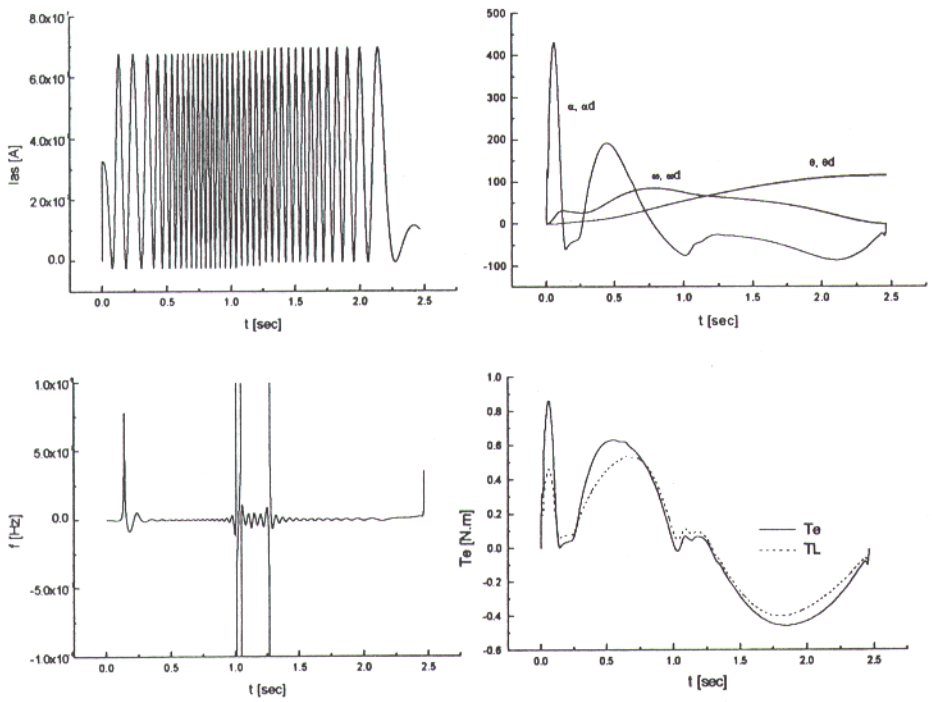


Fig. 6 on-line 주파수 결정법의 결과

4.2 off-line 주파수 결정법

다음으로 off-line 주파수 결정법으로서 임의 목적 함수에 대한 최적 제어 문제, 즉 Bolza Problem[5]으로 고려할 수 있으나 경계치 문제로 되어 부가 변수에 대한 초기 조건을 구하기가 쉽지 않다. 그러므로 본 연구에서는 주파수 분포를 11 개 점에 대한 Cubic Spline Curve 로 근사화시켜 f(t) 분포를 정하도록 하며 이때 11 개점을 설계변수로 택한다. 그리고 양끝점에서의 경사값도 설계 변수에 포함시켜 결국 합계 13 개의 설계 변수에 대한 최적 설계를 수행하였다. 이때 최적화 방법으로는 PRO (Practical Robust Optimization)[6]을 이용하였다. 여기서 목적 함수

는 다음과 같이 정하였다.

$$\text{Max} \quad -\int_0^T [(\theta-\theta_d)^2 + 100(\omega-\omega_d)^2 + (\alpha-\alpha_d)^2/100]dt \qquad (29)$$

설계 변수 11 개점에 대한 초기값은 모두 18 이며 두 경사값은 0 으로 시작하여 최적화 결과는 Fig. 7 과 같다.

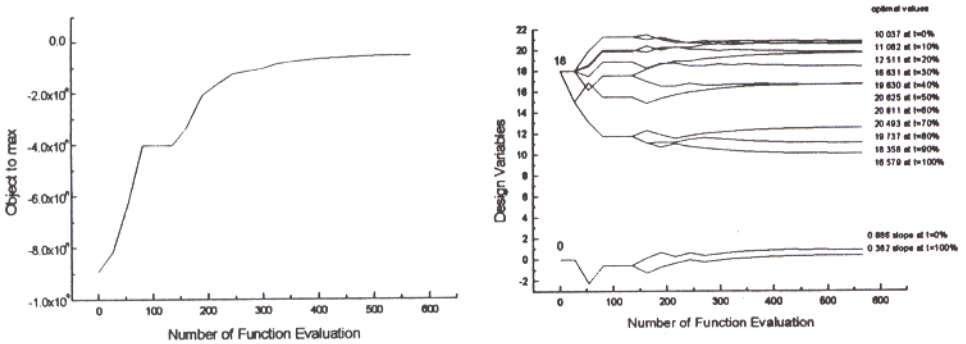
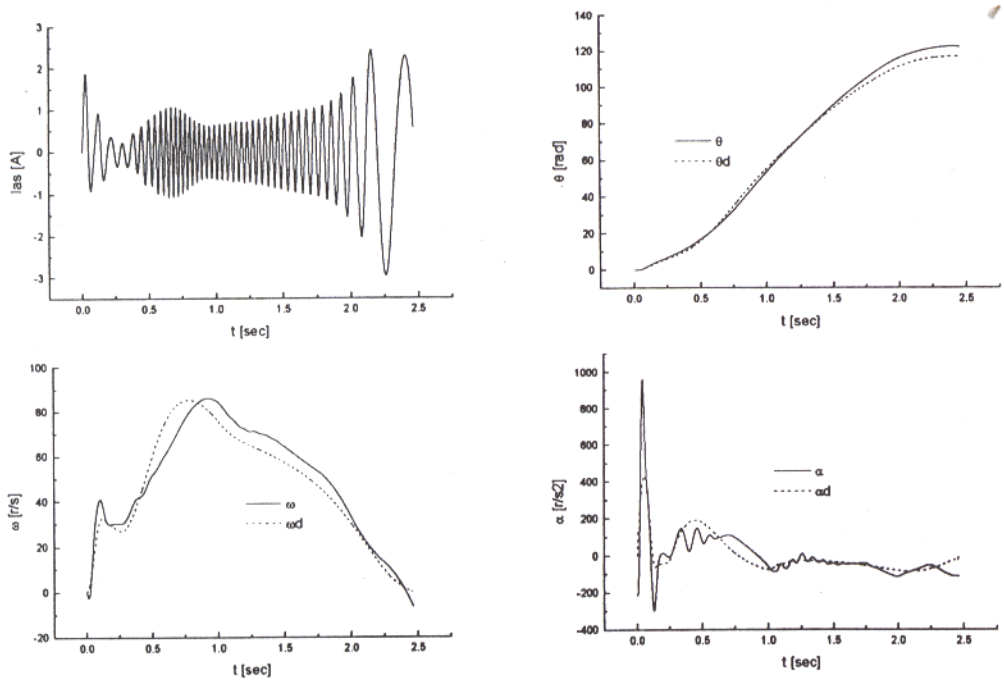


Fig. 7 최적화 과정 및 설계 변수의 변화

이제 윗 최적화 결과를 다음 Fig. 8 에 표현하였다. 먼저 전류값 Ias 의 경우 초기와 말기에 약 2A 까지 상승하였고 각도, 각속도, 각가속도의 경우 정확히 요구값을 만족하지는 못했지만 근사값을 알 수 있다. 그리고 모터 토크의 경우 모터 주파수가 변화하는 과정에서도 부하토크를 비교적 잘 추종하고 있다. 그리고 주파수값은 시간에 대하여 Fig.8 처럼 분포함을 알 수 있다.



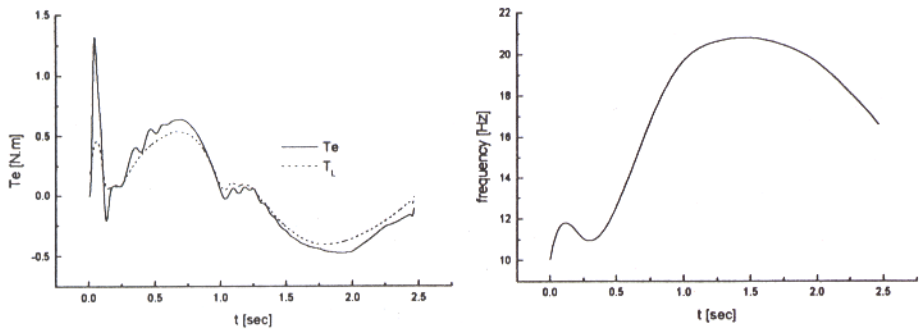


Fig. 8 off-line 주파수 결정법의 결과

4.3 주파수 분포 검토

다음 Fig. 9에 본 연구에서 구한 주파수 분포를 표현하였다. 비록 역기구학 및 역동역학 대상의 실제 기계 시스템에 대한 실험의 미 실시로 그 때의 주파수 분포값과는 비교할 수 없었지만 최소한 초기값을 정하는 데는 도움이 될 수 있다.

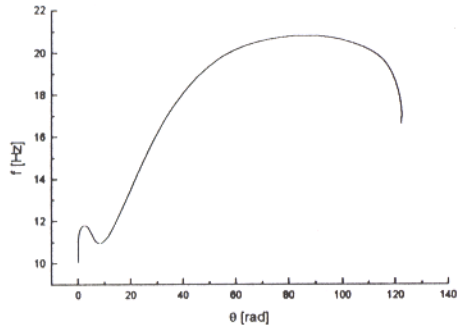


Fig. 9 각도에 대한 주파수 분포 검토

5. 결론

본 연구에서는 3상 유도 전동기에 대한 전압 방정식을 Program화 하였고 그 결과를 검정하였다. 그리고 응용 예로서 임의 기계 시스템에 대한 역기구학 및 역동역학의 결과인 모터의 요구 각도 분포 및 부하를 추종하도록 VVVF 제어를 위한 주파수 결정법을 on-line과 off-line 방식으로 구하였으나 on-line 경우 신경망 또는 퍼지 제어등을 이용이 필요하며, off-line 방식의 경우 최적화 결과의 주파수 분포를 임의 기계 시스템이 임의 구동 조건의 주파수 분포와 비교하여 실험과의 비교 검정에 대한 방법을 제시하였다.

참고 문헌

(1) 유도 전동기-기초에서 제어까지, 1987,pp.1-158,가남사

(2) Krause, P. C. , 1986, "Analysis of Electric Machinery",pp.1-210,MacGrawHill

(3) Smith, J. R. , 1993, "Three-Phase Electric Machine System",pp.1-128, Research Studies Press Ltd

(4) Michael, L. G., 1964,"A-C Machines",pp.163-182, D.Van Nostrand Company

(5) Haug, E. J., Arora, J. S. , 1979, "Applied Optimal Design", pp.401-413,John Wiley & Sons Inc

(6) 김기갑, 1997,"직교 행렬을 이용한 실용적 강건 최적화기법에 관한 연구",pp.784-790, 대한기계학회 1997 년 추계논문집