

위상천이 병렬연결 장주기 광섬유격자의 티포트(multiport)격자필터  
모델을 이용한 해석  
Analysis of Phase-Shifted and Cascaded Long Period Fiber Gratings Using  
Multiport Lattice Filter Model

김훈기(컴퓨터소프트웨어과)  
Hoon-Ki Kim(Dept. of Computer Software)

Key Words : long period fiber gratings(장주기광섬유격자), lattice filter(격자필터)

ABSTRACT : We propose an accurate analysis technique for the phase-shifted and cascaded LPFGs. To analyze phase-shifted and cascaded LPFGs with arbitrary wavelength spacing and line-width, the coupling between the core mode and multiple cladding modes is considered. In order to get analytical matrix model for these phase-shifted and cascaded LPFGs, multiport lattice filter structure is used.

## 1. 서론

장주기 광섬유격자(LPFGs)는 단일 모드 광섬유에 진폭 마스크를 통하여 KrF 엑시머 레이저를 노출시켜 만든다. LPFG에는 하나의 기본코아모드와 다수의 클래딩모드가 존재한다. 이들 모드는 모두 같은 방향으로 진행한다. 특히, 위상천이 병렬연결 LPFG 구조는 광섬유증폭기의 계인 이퀄라이저<sup>(1,2)</sup>, WDM(파장분할 멀티플렉싱) 격리광섬유필터<sup>(3)</sup> 등에 사용하는 중요한 디바이스이다. 위상천이 병렬연결 LPFG를 해석하기 위하여, 많은 연구자들은 코아모드와 하나의 클래딩모드 사이의 결합을 모델화한  $2 \times 2$  기본행렬 공식(fundamental matrix formulation)<sup>(4)</sup>을 사용하고 있다.

코아모드와 각각의 클래딩모드 사이의 결합은 파장전송응답에 하나의 골(dip)을 형성한다.  $2 \times 2$  기본행렬 공식(fundamental matrix formulation)을 이용하면, 각각의 골을 분리하여 다룰 수 있다. 이와같이 각각의 골을 분리하여 다루는 방식은 파장 대역이 넓어서 여러개의 골을 가지거나, 병렬연결된 각각의 균일LPFG의 격자주기가 서로 달라 다른 결합 모드를 가지는 구조에서는 적합하지 않다. 그러므로, 코아모드와 각각의 클래딩모드 사이의 다수의 결합을 동시에 고려할 수 있도록 확장된  $2 \times 2$  기본행렬이 제안되었다. 이러한 확장된 기본행렬은 그 차원이 2보다 크기 때문에 멀티포트(Multiport) 격자필터구조라 부른다<sup>(1,7)</sup>.

본 논문에서는 위상천이 병렬연결 LPFG의 해석을 위하여 확장된 멀티포트 격자필터 모델을 도입한다. 이 제안한 모델을 이용하여 여러 형태의 LPFG에 대한 파장전송응답을 해석적으로 계산하였다.

## 2. 위상이동 및 직렬연결 LPFG의 멀티포트 격자필터 모델

LPFG의 동작은 맥스웰 방정식으로부터 유도한 결합 모드 방정식<sup>(8,9)</sup>을 사용하여 해석할 수 있다. 격자주기가  $\Lambda(z)$ 이고 굴절율이  $n(z)$ 인 격자가  $\Delta n(z)$ 에 의하여 변조된 경우를 고려하자. 여기서, 수식을 단순화시키기 위하여 코아의 굴절율  $n(z)$ 을 다음과 같이 모델링 한다<sup>(6)</sup>.

$$n(z) = n_{co} + \Delta n(z)(1 + \cos(\frac{2\pi}{\Lambda} z)), 0 \leq z \leq L \quad (1)$$

여기서,  $n_{co}$ 는 변조되지 않은 굴절율이며,  $\Delta n(z)$ 는 유도된 굴절율 변화를 가리키며,  $L$ 은 LPFG의 길이를 나타낸다.

$z=0$ 와  $z=L$ 사이 존재하는 단일의 균일격자 LPFG 영역에서의 기본코아모드( $LP_{01}$ )와 클레딩모드들( $LP_{01}, LP_{02}, \dots, LP_{0N}$ )간의 상호작용은 단순화한 결합모드 방정식으로 나타낼 수 있다<sup>(5,7,8,9)</sup>.

$$\begin{aligned} \frac{dA_{cl}^{(i)}(\lambda, z)}{dz} &= \sum_{i=1}^N \chi_i(\lambda, z) A_{cl}^{(i)}(\lambda, z) e^{j\delta_i(\lambda, z)z}, \\ \frac{dA_{co}(\lambda, z)}{dz} &= -j \chi_i(\lambda, z) A_{co}(\lambda, z) e^{-j\delta_i(\lambda, z)z}, i=1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $j=\sqrt{-1}$ 이며,  $A_{co}(\lambda, z)$ 와  $A_{cl}^{(i)}(\lambda, z)$ (여기서,  $\lambda$ 는 자유공간에서의 파장이다)는 기본코아모드와  $i$ 번째 클레딩모드의 복소 진폭이다. 또한,  $\chi_i(\lambda, z)$ 는 기본코아모드와  $i$ 번째 클레딩모드 사이의 결합계수이며,  $\delta_i(\lambda, z)$ 는  $i$ 번째 클레딩모드의 디튜닝팩터(detuning factor)이다.

LPFG에서 모드간의 결합을 해석하는 방법으로 멀티포트(multiport)격자필터를 도입하기 위하여 코아모드와  $i$ 번째 클레딩모드와의 결합 결과로써 발생하는 코아모드 진폭  $A_{co}^{(i)}(\lambda, z)$ 를 정의한다. 그러면,  $A_{co}(\lambda, z)$ 는 모든  $A_{co}^{(i)}(\lambda, z)$ 들의 곱으로 표현할 수 있다. 각각의 클레딩모드와 코아모드와의 결합은 서로 다른 파장대역에서 발생하기 때문에 이와같이  $A_{co}(\lambda, z)$ 를 분리하는 것은 타당하다. 그러므로, 수식(2)는 다음과 같은 수식 집합으로 나타낼 수 있다<sup>(6,7,8,9)</sup>.

$$\begin{aligned} \frac{dA_{cl}^{(i)}(\lambda, z)}{dz} &= -j \chi_i(\lambda) A_{cl}^{(i)}(\lambda, z) e^{j\delta_i(\lambda, z)z}, \\ \frac{dA_{co}(\lambda, z)}{dz} &= -j \chi_i(\lambda) A_{co}(\lambda, z) e^{-j\delta_i(\lambda, z)z}, i=1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $A_{co}(\lambda, L)$ 은 다음과 같이 나타내어진다.

$$A_{co}(\lambda, L) = \prod_{i=1}^N A_{co}^{(i)}(\lambda, L) \quad (4)$$

수식을 간략화하기 위하여  $A_{cl}^{(i)}(z) \equiv A_{cl}^{(i)}(\lambda, z)$ ,  $\delta_i \equiv \delta_i(\lambda)$ ,  $A_{co}(z) \equiv A_{co}(\lambda, z)$ ,  $\chi_i \equiv \chi_i(\lambda)$ 와 같이 정의한다.

미분방정식(3)은 다음과 같은 대수식으로 쓸 수 있다<sup>(4,5)</sup>.

$$\begin{bmatrix} A_{co}^{(i)}(L) \\ A_{cl}^{(i)}(L) \end{bmatrix} = F^{(i)} \begin{bmatrix} A_{co}^{(i)}(0) \\ A_{cl}^{(i)}(0) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

여기서,

$$F^{(i)} \equiv \begin{bmatrix} ((\cos(S_i L) - j \frac{\delta_i}{S_i} \sin(S_i L)) e^{j \delta_i L} & -j \frac{\kappa_i}{S_i} \sin(S_i L) e^{-j \delta_i L} \\ -j \frac{\kappa_i}{S_i} \sin(S_i L) e^{j \delta_i L} & ((\cos(S_i L) + j \frac{\delta_i}{S_i} \sin(S_i L)) e^{j \delta_i L} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

그리고,  $S_i \equiv \sqrt{(\kappa_i)^2 + (\delta_i)^2}$ 이다. 모든  $i$ 에 대하여 수식(5)를 결합하고,

$E_{co}(z) = A_{co}(z) e^{-j \beta_{co} z}$ 와  $E_{cl}^{(i)}(z) = A_{cl}^{(i)}(z) e^{-j \beta_{cl}^{(i)} z}$ (여기서,  $\beta_{co}$ 와  $\beta_{cl}^{(i)}$ 는 기본 코아모드와  $i$ 번째 클래딩모드의 전파상수임)와 같이 진폭을 사용하는 대신 E필드를 사용하면 다음과 같은 수식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} E_{co}(L) \\ E_{co}^{(1)}(L) \\ \vdots \\ E_{co}^{(N)}(L) \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} E_{co}(0) \\ E_{co}^{(1)}(0) \\ \vdots \\ E_{co}^{(N)}(0) \end{bmatrix}, M \equiv D M G^{(N)} G^{(N-1)} \dots G^{(1)} \quad (7)$$

여기서,  $G^{(i)}$ 는 네 요소값이  $G_{1,1}^{(i)} = F_{1,1}^{(i)}$ ,  $G_{i+1,i+1}^{(i)} = F_{1,2}^{(i)}$ ,

$G_{i+1,1}^{(i)} = F_{2,1}^{(i)} = (F_{1,2}^{(i)})^*$ ,  $G_{i+1,i+1}^{(i)} = F_{2,2}^{(i)} = (F_{1,1}^{(i)})^*$ 과 같은 것을 제외하면  $(N+1) \times (N+1)$  단위행렬이다. 여기서  $B_{k,i}$ 은  $B$ 행렬의  $(k, i)$ 원소를 나타낸다. 또한,

$D \equiv \text{diag}(e^{-j \beta_{co} L}, e^{-j \beta_{cl}^{(1)} L}, \dots, e^{-j \beta_{cl}^{(N)} L})$ 이며, 이는 LPFG의 길이에 의하여 발생하는 위상 천이를 나타낸다. 행렬  $M$ 은 그림(1)에서 보는 바와 같이 multiport 격자 영역으로서 나타낼 수 있다. 모드들의 결합 특성으로 인하여

행렬  $M$ 내의  $G^{(i)}$ 행렬은 서로 교환 가능하다. 따라서, 그림(1)에서  $2 \times 2$  부영역은 서로 자유롭게 바꿀 수 있다.

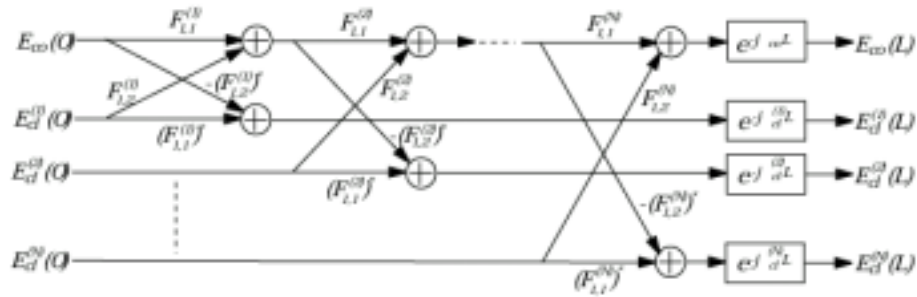


Fig. 1. A piecewise-uniform LPFG

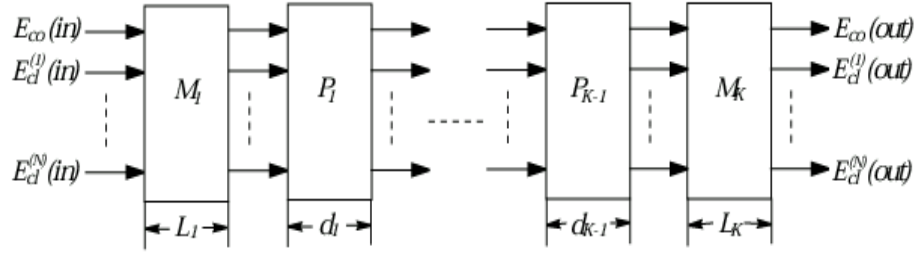


Fig. 2. Block diagram representation of a concatenated LPFGs

$K$ 개의 LPFG(각각의 길이  $L_k$ )가 연속적으로 병렬연결되어 있고, 그들 사이에 격자가 없는 영역(각각이 길이  $d_k$ )이 존재하는 구조를 가정하자. 그리고,  $E_{co}(in)$ 과  $E_{cl}(in)$ 은 첫 번째 LPFG의 입력 E필드라 하고,  $E_{co}(out)$ 과  $E_{cl}(out)$ 은 마지막 LPFG의 출력 E필드라 한다. 이러한 구조를 블록 다이어그램으로 나타내면 Fig.2와 같다. 그러면, 이 구조는 이미 수식(7)에서 유도한 단일 LPFG 경우를 확장하면 수학적으로 쉽게 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} E_{co}(out) \\ E_{co}^{(1)}(out) \\ \vdots \\ E_{co}^{(N)}(out) \end{bmatrix} = Q \begin{bmatrix} E_{co}(in) \\ E_{co}^{(1)}(in) \\ \vdots \\ E_{co}^{(N)}(in) \end{bmatrix}, Q \equiv M_k P_{k-1} M_{k-1} \cdots P_1 M_1 \quad (8)$$

$M_k$ 는 수식(7)에 있는 행렬로써  $k$ 번째 LPFG의 전송행렬이며,  $D \equiv \text{diag}(e^{-j\beta_{co,f}d}, e^{-j\beta_{cl,f}^{(1)}d}, \dots, e^{-j\beta_{cl,f}^{(N)}d})$  ( $\beta_{co,f}$ 와  $\beta_{cl,f}^{(i)}$ 는 격자가 없는 영역의 코아모드와  $i$ 번째 클래딩모드의 전파상수를 나타냄)이다<sup>(5)</sup>. 이제,  $E_{cl}^{(i)}(in) = 0$ , ( $1 \leq i \leq N$ )인 경우의 전체 전송계수  $t \equiv E_{co}(out)/E_{co}(in)$ 는  $t = Q_{1,1}$  즉,  $Q$ 행렬의 (1,1)원소임을 쉽게 알 수 있다.

### 3. 결과분석

본 연구에서 사용한 광섬유의 계수는 다음과 같다.

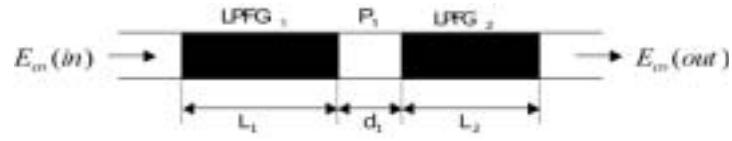
$$n_{co} = 1.45251, n_{cl} = 1.44526, n_{air} = 1, a_{co} = 2.4 \mu m, a_{cl} = 62.325 \mu m$$

여기서,  $n_{co}$ 는 코아의 굴절율,  $n_{cl}$ 은 클래딩의 굴절율,  $n_{air}$ 는 자유공간의 굴절율,  $a_{co}$ 는 코아의 반경,  $a_{cl}$ 은 클래딩의 반경을 나타낸다.

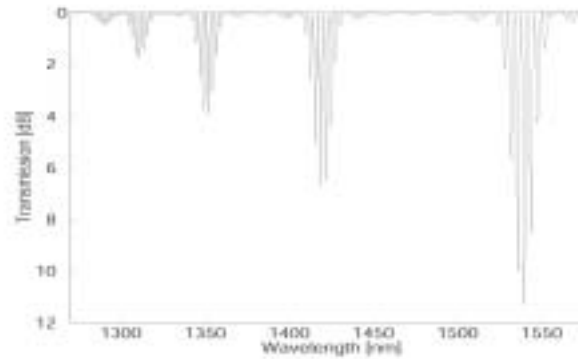
우선, Fig.3(a)과 같이 두 개의 LPFG가 병렬연결되어 있고 이들 사이에 위상천이 영역을 가지고 있는 구조를 고려한다. 두 LPFG가 다음과 같이 특성 즉, 같은 주기와 같은 굴절율 변화를 가지고 있는 경우 해석적으로 계산한 파장응답은 Fig.3(b)와 같다. 여기서,  $L_1 = 50 \Lambda$ ,

$d_1 = 200 \Lambda$ ,  $L_2 = 50 \Lambda$ 이며, 주기  $\Lambda = 421 \mu m$ , 굴절율 변화  $\Delta n = 0.000083$  이다. 그림에서 보는 바와 같이 다중 딥을 갖는 여러 파장대역이 나타남을 알 수 있다.

다음으로, Fig.4(a)와 같이 3개의 LPFG가 병렬연결되어 있는 구조를 고려한다. 양 측면의



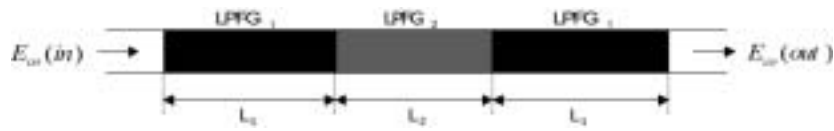
(a)



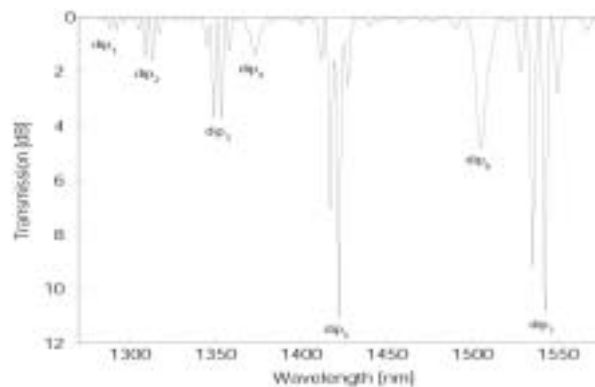
(b)

Fig. 3. (a)Schematic diagram of two cascaded LPFGs with phase shift section. (b)Analytically calculated spectral responses for the LPFGs in(b) when two LPFGs have the same characteristics

두 LPFG는 같은 특성을 가지며, 중앙은 LPFG는 이들 둘과는 다른 특성을 가지고 있다. 여기서,  $L_1 = 50 \Lambda_1$ ,  $L_2 = 50 \Lambda_2$ 이며, 주기  $\Lambda_1 = 421 \mu m$ ,  $\Lambda_2 = 421 \mu m$ 이며, 굴절율 변화  $\Delta n = 0.000083$  이다.



(a)



(b)

Fig. 4. (a)Schematic diagram of three cascaded LPFGs without grating-free sections

between them. (b) Analytically calculated spectral responses for the LPFGs in (a)

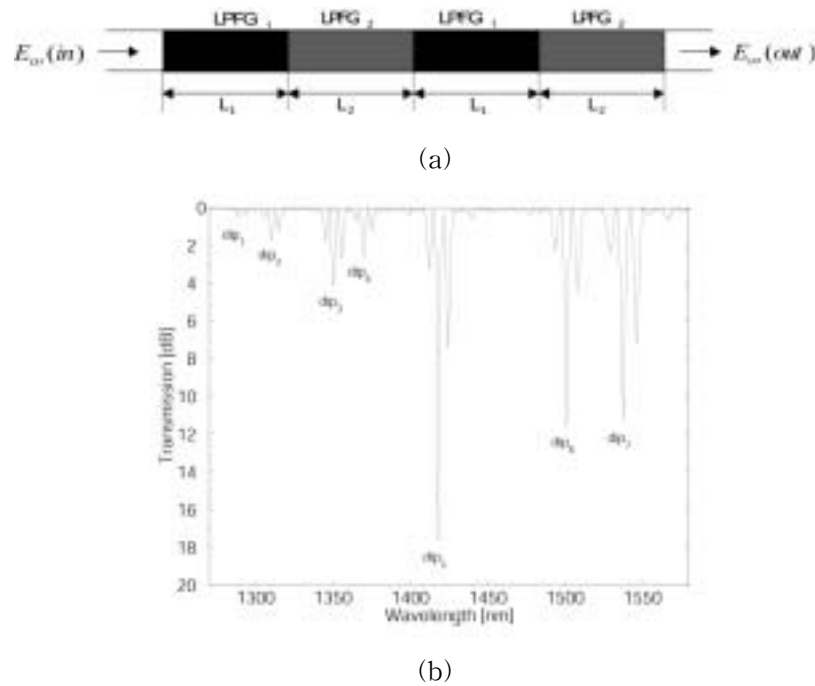


Fig. 5. (a) Schematic diagram of four cascaded LPFGs without grating-free sections between them. (b) Analytically calculated spectral responses for the LPFGs in (a)

Fig.4(b)는 해석적으로 계산한 파장전송응답을 나타내고 있다. 이와 같은 결과로부터, 중앙의 LPFG는 양단의 LPFG에 대하여 단지 위상천이 영역으로 작용함을 알 수 있다. 이는 양단 LPFG의 공진파장영역과 중앙 LPFG의 공진파장영역이 서로 충분히 떨어져 있기 때문이다.

더 나아가서, 4개의 LPFG가 연쇄적으로 연결되어 있는 경우를 고려한다. Fig.5(a)에서 보는 바와 같이, 첫째, 셋째 LPFG가 같은 특성을 가지며, 둘째, 넷째 LPFG가 같은 특성을 갖는다. 그 길이, 주기, 굴절율 변화는 Fig.4(a)와 같다. Fig.5(b)는 이론적으로 계산한 파장전송응답을 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 다수의 전송 피크를 갖는 여러 파장 대역을 볼 수 있다. 이와 같은 특성을 갖는 디바이스는 WDM 통신 시스템을 위한 다중대역 격리필터로 유용하게 사용할 수 있다.

#### 4. 결론

결합모드이론(coupled mode theory)와  $2 \times 2$  기본행렬모델에 기초한 멀티포트 격자필터 모델을 이용하여 여러 형태의 위상천이 병렬연결 LPFGs를 해석하였다. 특히, 4개의 LPFG가 병렬 연결된 형태의 격자 구조에 대한 파장전송응답을 고찰하였으며, 예상한 바와 같이 여러 전송 피크(peak)를 갖는 다수 개의 파장대역을 얻을 수 있었다.

#### 참고문헌

- (1) J.Bae, J.Chun, and S.Lee, "Equalization of the non-flat Erbium Gain Spectrum using the Multiport Lattice Filter Model," OFC'2000, WE7,80-83 2000.

- (2) A. Vengsarkar, J. Pedrazzani, J. Judkins, and P. Lemaire, "Long-period fiber-grating-based gain equalizers," *Opt. Lett.*, vol. no. 5, pp.336-338, 1996.
- (3) X. J. Gu, "Wavelength-division multiplexing isolation fiber filter and light source using cascaded long-period fiber gratings," *Opt.Lett.*, vol. 23, no. 7. pp509-590(1998).
- (4) M. Yamada and K. Sakuda, "Analysis of almost-periodic distributed feedback slab waveguides via a fundamental matrix approach," *Appl. Optics* 26(16), pp. 3473-3478(1987).
- (5) T. Erdogan, "Fiber grating spectra," *J. Lightwave Technol.*, vol. 15, no. 8, pp.1277-1294(1997).
- (6) T. Erdogan, "Cladding-mode resonances in short-and long-period fiber grating filters," *J. Opt. Soc. Am.A* 8, 1760-1773(1997).
- (7) J.Bae, J.Chun, and S.Lee, "Multiport Lattice Filter Model for Long-Period FiberGratings," *Jpn. J. Appl. Phys. part 1*, vol. 39, no.12A, pp.6576-6577, 2000.
- (8) A. Yariv, *Optical Electronics in Modern Communications*, Oxford Univ. Press, New York(1996)
- (9) H. Kogelnik, *Theory of optical waveguide*, in *Guide-Wave Opoelectronics*, T. Tamir, ed., Springer-Verlag, Berlin(1990)

